

研究集会「非線形波動の数理解と物理」
口頭発表 講演要旨

2008年11月6日(木) - 8日(土)

1. 題 目：ソリトンの二次元相互作用 実験、理論、数値計算の比較
講演者：及川正行，辻英一（九大応力研），児玉裕治（Ohio State Univ.）
要 旨：イオン音波を用いたソリトンの二次元相互作用に関する実験について、最近児玉が得たV字初期値に対するKP II方程式の漸近解、KP II方程式についての数値計算結果と比較検討を行う。
2. 題 目：非分散連立方程式ソリトンの有効相互作用
講演者：角島浩（富山大工），紺野公明（日大理工）
要 旨：非分散連立方程式の2ソリトン解を用いて、ソリトンのピークの位置を解析的に求め、その時間についての2階導関数からソリトン間に働く有効相互作用を求める。
3. 題 目：渦対振動子の長波短波共鳴相互作用が引き起こす液滴の自発運動
講演者：伴貴彦，畑田洋祐，塩井章久（同志社大理工）
要 旨：界面不安定性によって液滴内部に発生した渦対は振動しながら回転し、その運動は章動を行いながら歳差運動をする回転ゴマに類似している。渦対の章動振幅は変調し、その包絡線の周期が歳差運動の周期と一致すると、長波短波共鳴相互作用が生じ、液滴の運動が劇的に変化する。
4. 題 目：非線形シュレディンガー方程式のソリトンの外力下での運動
講演者：坂口英継（九大総理工）
要 旨：【特別講演】 p. 5 参照
5. 題 目： q -パンルヴェ方程式の対称化とその超幾何解
講演者：梶原健司，中園信孝*，津田照久（九大数理）
要 旨： q -パンルヴェ方程式は一般に1階連立方程式の形に書かれるが、ある特殊化によって2階単独方程式の形に帰着する。得られた方程式については、超幾何解などの特殊解の構造が元の方程式と異なるなど奇妙な現象が知られている。この特殊化はQRT系においてパラメータを記述する行列を対称行列に取ることに対応することから、「対称化」と呼ぶ。本講演では対称性の立場から判明した対称化の意味、および方程式の超幾何解の系列について報告する。

6. 題 目：変形 Pohlmeier-Lund-Regge 方程式から見た Painlevé III 型方程式
講演者：菊地哲也（東大数理）
要 旨：2成分戸田階層のある種の変形として、Pohlmeier-Lund-Regge 方程式、非線形シュレーディンガー方程式、結合型変形 KdV 方程式などのソリトン方程式を含む階層を構成し、その相似簡約により Painlevé III 型、IV 型方程式などの常微分方程式が得られることを示す。
特に Painlevé III 型方程式については、これまでソリトン方程式との対応が明らかにされていなかったため、タウ関数による双線形化、Weyl 群の作用、多項式ハミルトニアンといった対称性について、ソリトン方程式の立場から考察する。
7. 題 目：ブラウン写像について
講演者：野邊厚（阪大基礎工）
要 旨：ブラウン写像とは周期 9 をもつ 2 階の区分線形再帰方程式である（広田・高橋著「差分と超離散」p129 (4.13)）。本講演では、ブラウン写像は二つの超離散 QRT 写像の合成とみなせることを示し、トロピカル幾何学を用いてその幾何学的背景を説明する。
8. 題 目：人の集団に関する新たな評価方法の考察
講演者：大塚一路（東大工）、西成活裕（東大工、さきがけ）
要 旨：本研究では、金融工学の手法を用いて、人の混雑評価理論の構築を試みた。我々はこれまでに ASEP を用いた行列の価値評価に成功しているが、今回は確率項を含む Logistic 方程式に対して同様の解析を行った結果を報告する。
9. 題 目：複数窓口の待ち行列における待ち時間と追い越しの頻度の研究
講演者：柳澤大地（東大工、学振）、須摩悠史、木村紋子、友枝明保、大塚一路（東大工）、西成活裕（東大工、さきがけ）
要 旨：本研究では、複数窓口の待ち行列に並んでいる人の平均待ち時間と追い越しの頻度について、待ち行列理論による解析・シミュレーション・実験を行い、それらを小さくすることができる待ち行列システムの設計法を提案する。
10. 題 目：反応度関数を導入した Payne モデルの数値シミュレーションと非線形飽和
講演者：友枝明保、社本大輔、大塚一路（東大工）、西成活裕（東大工、さきがけ）
要 旨：本研究では、一次元交通流を記述する Payne モデルにおける反応度と呼ばれるパラメーターを高速道路の走行実験データに基づいて関数化し、新しい交通流モデルを提案し、そのモデルに対する理論解析、及び数値計算を行ったので報告する。

11. 題 目：精度保証付き数値計算の現状 - 基礎としての線形系から非線形問題の計算機
援用証明までのサーベイ -
講演者：大石進一（早大理工）
要 旨：【特別講演】 p. 6 参照
12. 題 目：可積分格子の時間離散化
講演者：土田隆之（岡山光量子科学研）
要 旨：与えられた可積分格子の時間変数を離散化する方法について述べる．可積分
性，保存量の系列，解の表式を不変に保ったまま離散化しようとする，一般に
無限和 / 積が登場するが，これらを消去するテクニックを用いれば，方程式の局
所性も回復できる．Ablowitz-Ladik 格子などを例にとり，解説する．
13. 題 目：重調和作用素と対応するソボレフ不等式の最良定数
講演者：永井敦（日大生産工）
要 旨：これまで常微分（差分）方程式の境界値問題を起点にして各種ソボレフ不等
式の最良定数を求めてきた。本講演では偏微分方程式、特に重調和作用素のグ
リーン関数を調べて、ソボレフ不等式の最良定数を計算する。
14. 題 目：Sawada-Kotera 方程式の超離散化
講演者：広田良吾（早大名誉教授）
要 旨：現在までに超離散化されたソリトン方程式は KdV 方程式、戸田方程式など
すべて A 型の方程式である。一方、Sawada-Kotera 方程式は B 型に属し、“負の
問題 ”のために超離散化が難しい。“負の問題 ”の解決法を示す。
15. 題 目：確率解析の KdV 方程式への応用について
講演者：谷口説男（九大数理）
要 旨：【特別講演】 p. 7 参照
16. 題 目：一階線形偏微分方程式の解法に基づく差分化と超離散
講演者：岩尾昌央（早稲田大理工）
要 旨：ある古典ハミルトン系について、その離散力学系を導くための条件として、
「一般解を保つ」および「超離散化可能」を設定する。この条件は、偏微分方程
式になる。これの一般解の具体的な導出例について、報告する。
17. 題 目：正則化法と全保存型差分法を用いた重力 N 体問題のシミュレーション
講演者：峯崎征隆（徳島文理大）
要 旨：変数変換によって重力 N 体問題は $N(N-1)/2$ 個の摂動 Kepler 問題に写る
ことが知られている。本発表では、正則化法で摂動 Kepler 問題が持つ特異性を
消去し、エネルギー保存型差分法と多様体修正法を用いることで、 N 体系が持
つ全保存量を保つスキームを構成できることを示す。

18. 題 目：宇宙プラズマ波動の変調不安定性
講演者：成行泰裕（高知工業高専）
要 旨：宇宙空間は無衝突プラズマと電磁場で満たされており、多様な波動現象が観測される。本講演では、宇宙プラズマ中の非線形波動の発展・散逸過程における変調不安定性（側帯波不安定性、Benjamin-Feir 不安定性）の重要性について解析的・数値的に議論した結果を報告する。
19. 題 目：折紙の数理化とその学術的応用 - 主に折紙の工学化について
講演者：野島武敏（東工大イノベーション推進体）
要 旨：【特別講演】 p. 8 参照
20. 題 目：三角型 Ruijsenaars-Schneider 模型の先進 Green 関数
講演者：有川晃弘（筑波大数理物質科学）
要 旨：Macdonald 多項式の性質を用いて三角型 Ruijsenaars-Schneider 模型の先進 Green 関数の導出を行う。他の模型の相関関数との関連についても議論する。
21. 題 目：A 型ドリinfeldt・ソコロフ階層の相似簡約とその退化構造
講演者：鈴木貴雄，藤健太（神戸大理）
要 旨：本講演では、A 型アフィン・リー代数に付随するドリinfeldt・ソコロフ階層の相似簡約を系統的に調べることで、4 階パウルヴェ型微分方程式のあるクラスをラックス方程式も含めて提出する。
22. 題 目：Macdonald 作用素の Heisenberg 表現から導かれる古典可積分系について
講演者：土谷洋平（大原大学院大会計），白石潤一（東大数理）
要 旨：Macdonald 作用素の Heisenberg 表現にパラメータを加えて変形し、古典極限をとることで非同所的な古典可積分系が得られます。この可積分系の特徴を量子系、古典系の両側面から紹介していきたいと思えます。
23. 題 目：織込部交通流の渋滞改善
講演者：西遼佑（東大工），三木弘史（(株)さくらアカデミア），友枝明保（東大工），西成活裕（東大工，さきがけ）
要 旨：織込部交通流の渋滞の改善策として、二車線上で車を交互配置化する方法を提案する。セルオートマトンを用いて交互配置化の指標を定義し、その空間変化をシミュレーションと理論解析とを用いて評価する。
24. 題 目：微分 - 差分 - 超離散 OV モデルについて
講演者：高橋大輔（早大理工），松木平淳太（龍谷大理工）
要 旨：最適速度 (OV) モデルは交通渋滞モデルとしてよく知られており、連立常微分方程式の形をしている。本講演では、連続極限で OV モデルに帰着する差分 OV モデルについて解説する。このモデルは超離散化も可能で、渋滞を形成するセルオートマトンモデルを導くこともできる。

非線形シュレディンガー方程式のソリトンの外力下での運動

九州大学総合理工学府 坂口英継

1次元非線形シュレディンガー方程式は可積分な系でソリトン解を持つことはよく知られている。近年、アルカリ金属原子気体でボーズ-アインシュタイン凝縮が発見され、盛んに研究されている。ボーズ-アインシュタイン凝縮体は磁場等により3次元空間内に閉じこめられている。さらに外部から、磁場、回転、レーザー光などのさまざまな外力をかけることができ、そのときの凝縮体の応答が観測されている。原子間に引力または斥力の相互作用があると、凝縮した物質波のダイナミクスは非線形シュレディンガー方程式で近似できる。この分野ではグロス-ピタエフスキー方程式とも呼ばれている。一般には3次元系で閉じこめポテンシャルやその他の外力項があるので可積分系ではなく、そのふるまいの解析は容易ではない。引力相互作用するときは、原子が互いに集まる傾向があるので、ソリトンのような局在解になることが多い。ここでは、ソリトン型の解の外力下での運動の様子を数値計算した例をいくつか紹介する。

1番目の例は1次元ソリトンがポテンシャルの壁や井戸と衝突する問題である。線形シュレディンガー方程式の場合はトンネル効果の1番簡単な問題として量子力学の教科書に載っている問題であるが、非線形項があるとトンネル効果が促進されるような効果が見られたり、ポテンシャルの井戸にトラップされたりする。

2番目の例では回転する閉じこめポテンシャル中の運動を議論する。回転周波数のある臨界値にすると、非線形項がない場合には磁場中の電子のシュレディンガー方程式と等価な方程式が得られる。磁場中の古典力学系の電子はラーマー運動やドリフト運動のような回転をとともなう運動をする。回転項をもつ非線形シュレディンガー方程式のソリトン型の局在解もラーマー運動やドリフト運動をすることを示す。

3番目の例では周期ポテンシャル中の局在解を議論する。周期ポテンシャル中のシュレディンガー方程式は固体電子論で習うようにエネルギー固有値がバンド構造をとる。エネルギーバンドギャップ付近では実効質量が負となるが、通常は電荷が正のホールと見なし実効質量が正の粒子として扱う。斥力型の非線形項があると、バンドギャップ付近で実効質量が負となるので斥力によって互いに近づいてソリトン型の局在解が得られる。これをギャップソリトンという。ギャップソリトンの運動の様子シミュレーション結果をいくつか示す。

題 目：精度保証付き数値計算の現状 - 基礎としての線形系から非線形問題の計算機援用証明までのサーベイ -

講演者：大石進一（早大理工）

要 旨：まず，精度保証理論の基礎についてまとめる．線形系と非線形系に分けて概観する．無誤差変換という筆者らの研究グループによる新しい精度保証理論体系も紹介する，応用については，筆者による最近の話題を紹介した後，非線形力学系の計算機援用証明に至る主要な理論をごく簡単に紹介する．

具体的な項目はつぎの通り：

I. 基礎としての精度保証理論（線形系）

1-1 数の表現と規格

1-1 浮動小数点数の EFT(無誤差変換)

1-1 所望の精度の解を得るための適応的数値計算アルゴリズム：新しい数値計算理論の誕生

II. 基礎としての精度保証理論（非線形系）

2-1 区間演算：短所の克服への様々なブレークスルー

2-2 自動微分：ボトムアップアプローチとオペレータコンセプト

2-3 カントロビッチの定理と区間ニュートン法

III. 応用と発展

3-1 計算幾何学：絶対失敗しないアルゴリズム

3-2 非線形回路理論の有名な定理の反例

3-3 常微分方程式の精度保証理論：ローレンツ方程式の初期値問題の解の包み込み

3-4 偏微分方程式の精度保証理論

3-5 力学形理論への応用

3-6 その他の応用

3-7 計算機代数との関わり

確率解析の KdV 方程式への応用について

九州大学大学院数理学研究院 谷口 説男 (SETSUO TANIGUCHI)

確率論が効果的に利用される一例として、考察対象の諸量が適当な確率変数の期待値となる場合を挙げることができる。このような例は、Einstein によるブラウン運動と拡散方程式の関係の発見、Kolmogorov によるマルコフ過程への偏微分方程式の応用など既に 100 年以上の歴史を持つ。より具体的な例としては、調和振動子に対応する微分作用素 $\frac{1}{2}\{(d/dy)^2 - y^2\}$ に付随する熱方程式

$$\partial u / \partial x = \frac{1}{2}\{(\partial / \partial y)^2 - y^2\}u, \quad u(y, 0) = f(y), \quad y \in \mathbb{R},$$

に対する Feynmann-Kac の公式と呼ばれる解の表示式

$$u(y, x) = E \left[f(y + B(x)) \exp \left(-\frac{1}{2} \int_0^x (y + B(z))^2 dz \right) \right] \quad (\natural)$$

がある。ただし $\{B(x)\}_{x \geq 0}$ は原点を出発するブラウン運動であり、 E はこのブラウン運動を実現する確率測度に関する期待値を表す。これは、Feynmann 経路積分と Wiener 積分の類似を示す非常に興味深い例でもある。しかし、本講演にとってより重要なのは、Cameron-Martin の公式と呼ばれる経路空間上の変数変換公式を通じて得られる次の等式である； $t > 0$ 、 $f(y) = e^{-(\tanh t)y^2/2}$ に対する (\natural) の $u(y, x)$ を $u(y; x, t)$ と表せば、

$$u(0; x, t) = (\cosh t)^{1/2} (\cosh(x + t))^{-1/2}.$$

このとき $v(x, t) = -4(\partial/\partial x)^2 \log u(0; x, t)$ は KdV 方程式

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{3}{2}v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{4} \frac{\partial^3 v}{\partial x^3}$$

の 1 ソリトン解となっている。このような期待値との結びつきは、より一般の n ソリトン解、KdV 階層の τ 関数に対しても成り立っている ([1, 3, 4])。

上のような期待値と KdV 方程式の結びつきの出発点となるのは、以下に述べる古典的無反射ポテンシャルの期待値表現である。散乱データ $s = \{\eta_j, m_j\}_{1 \leq j \leq n}$ をもつ無反射ポテンシャルは次で与えられる。

$$u_s(x) = -2 \frac{d^2}{dx^2} \log \det(I + G_s(x)). \quad \text{ただし } G_s(x) = \left(\frac{\sqrt{m_i m_j} e^{-(\eta_i + \eta_j)x}}{\eta_i + \eta_j} \right)_{1 \leq i, j \leq n}.$$

散乱データ s と一対一に対応する $\sigma = \{p_j, c_j\}_{1 \leq j \leq n}$ から一意的に定まる Gauss 過程

$$X^\sigma(y) = \sum_{j=1}^n c_j \int_0^y e^{(y-z)p_j} dB^j(z) \quad \left(\{(B^1(y), \dots, B^n(y))\}_{y \geq 0} \text{ は } n \text{ 次元ブラウン運動} \right)$$

を用いて、無反射ポテンシャル u_s は

$$u_s(x) = 4 \frac{d^2}{dx^2} \log \left(E \left[\exp \left(-\frac{1}{2} \int_0^x (X^\sigma(y))^2 dy \right) \right] \right)$$

と表示できる。講演では、この一対一対応の詳細を含め、 τ 関数への拡張、さらに Marchenko[2] により導入された一般化された無反射ポテンシャルの期待値表示などについて紹介する。

参考文献

- [1] N. Ikeda, S. Taniguchi, Quadratic Wiener functionals, Kalman-Bucy filters, and the KdV equation, Adv. Studies Pure Math. **41**, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2004, pp. 167–187.
- [2] V.A. Marchenko, The Cauchy problem for the KdV equation with non-decreasing initial data, in: Zakharov, V.E. (Ed.) What is integrability? Springer-Verlag, New York, 1990, pp. 273–318.
- [3] S. Taniguchi, Brownian sheet and reflectionless potentials, Stoch. Proc. Appl. **116** (2006), 293–309.
- [4] S. Taniguchi, Stochastic calculus and the KdV equation, Contemp. Math., 429 (2007), 245–256.

折紙の数理化とその学術的応用

—主に折紙の工学化について

野島武敏（東京工業大学イノベーション推進体）

講演概略

折紙は我国の伝統文化として芸術や趣味の世界で洗練され、大きな進化を遂げた。しかしながら、これが工学等の学術の分野で系統立てて研究され、それらを学術的にまとめる努力がなされては来たとは言いがたい。僅かに、宇宙構造分野において、折紙手法による研究が比較的多くなされてきたが、これらも個々の課題を解決することを目的としたもので、体系的なものとは言えない。太陽電池パネルは屏風の折り畳み、NASAの spartan207 衛星の3本のチューブ状支柱は‘経本’様の折り畳みなど、我国古来の収納法の域を出ない手法が用いられており、なおこの分野での研究・開発余地は極めて大きいものとする。

近年、折紙の概念を用いて、新しい数学的知見が議論されるようになり、折紙の持つ学術的なポテンシャルを用いた研究が散見されるようになった。周期的なジグザグ面で作られる折紙構造は、折り畳みの機能や構造を強化する機能等の工学的利用に値する優れた特性を有するため、工学的な工夫をするとこれらの機能を併せ持つ魅力的な製品を設計することができる。ここでは折紙の手法と既存の工業技術と融合させ、著者が提案してきた上述の機能を具備する魅力的な製品を創成することを目的とする、折紙の工学化(折紙工学)について主に述べる。折り畳みの機能を持つ製品はその再利用や減容化、構造のコア化による軽量化は材料の減量、輸送・保管コストの軽減等、環境負荷の軽減に相乗的に寄与するものと考えられる。このような製品を具現化するためには、低コスト化をもたらす簡便加工法の開発も不可欠である。このため、ここでは平面紙の折紙に限定することなく、簡素な加工に資するあらゆる手法、例えば、平面紙への切り込み(スリット)や切り抜きの導入、所望する製品の構造を勘案して予め凹凸を設けたシートを用いるなどの工夫や折紙手法で設計されたモデルをプレス等の汎用加工で製作することなども折紙工学の範疇にあるとする。

本講演では代表的な折り畳み機能モデル、構造強化に関するコア構造やパネルモデルなど主に著者らが開発したモデルについて記述する。次に、学術的な応用例として植物の原基の配列のらせん模様と折り畳みモデル、軸圧縮座屈とねじり座屈の折り畳み及び関連する研究動向と課題などについて述べる。